

FM MODULATION AND DEMODULATION OF THREE SIMULTANEOUS MUSICAL TONES

Gonzalo Zevallos

gonzalozevallosaa@yahoo.com

Profesor: Pedro Huamani

phuamani@mail.urp.edu.pe

Curso: CE 0601 Telecomunicaciones I
2011-I

Escuela Profesional de Ingeniería Electrónica
Universidad Ricardo Palma

Resumen: Este trabajo consiste en utilizar tres señales (tonos) simultáneamente en el software de computación científica Matlab, con la finalidad de ser moduladas y demoduladas en frecuencia. Los tonos elegidos fueron: la nota DO, RE y FA. Por lo tanto, se muestra las formas de onda en el dominio del tiempo y la frecuencia. Además, este trabajo muestra de cierta manera el proceso que existe en el momento de que una onda es representada matemáticamente en FM tanto modulada como demodulada.

Abstract: This work shows the FM modulation and demodulation of three simultaneous musical tones using the software Matlab. The tones were DO, RE and FA. The waveforms are shown in the frequency and time domain. Besides the paper indicates the mathematical expressions of a FM modulated and demodulated wave.

1.- INTRODUCCIÓN

Las notas musicales no vienen hacer otra cosa que señales periódicas representadas sinusoidalmente, con frecuencias diferentes pero pertenecientes al espectro audible. Es decir, desde 20 Hz hasta 20 KHz.

Por tal motivo, en este trabajo se plantea el uso de tres tonos musicales correspondientes a las notas: DO, RE y FA, para ser introducidas matemáticamente en el software Matlab, haciendo uso de las funciones seno y/o coseno y señalando una frecuencia de muestreo adecuada.

Cada tono elegido tiene una frecuencia asignada, por lo tanto la elección de la frecuencia de muestreo, por definición de teoría, debe de ser mayor al doble de la mayor frecuencia. Como se trabaja con señales de entrada simultáneas o en paralelo, cada señal es descrita como una función

de seno y/o coseno indicándose sus amplitudes y correspondientes frecuencias.

Asimismo, la idea de utilizar el software Matlab, es la de verificar la teoría impartida en clase a través de las ecuaciones y fórmulas matemáticas que corresponden al tema de la modulación en frecuencia (FM) así como también de la demodulación, mostrándose resultados gráficos en el tiempo y en la frecuencia.

2.- PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Uno de los principales problemas de la representación de señales analógicas en el entorno del Matlab, radica en la elección de la frecuencia de muestreo, con la finalidad de hacer cumplir el Teorema de Muestreo o de Nyquist y representar tales señales en formato digital.

Por lo tanto, para modular y demodular en FM, considerando los tres tonos simultáneamente, se utilizaron las siguientes frecuencias:

Nota musical Do:	261.626 Hz.
Nota musical Re	293.665 Hz
Nota musical Fa	349.228 Hz

De esta manera, para la elección de la frecuencia de muestreo que permitirá su representación sin perder información alguna, se consideró el cumplimiento del Teorema de Muestreo [Oppenheim, Señales y Sistemas]. Por lo tanto, se optó por emplear una frecuencia de muestreo (f_s) igual a 15 KHz o 15000 Hz.

Todas las señales tuvieron una duración de un segundo, por lo tanto la cantidad de muestras utilizadas para su representación fue igual a 15000.

A continuación se muestra el procedimiento utilizado en el Matlab para la visualización temporal de cada señal para el tiempo correspondiente.

```
>> DO = 261.626;
>> RE = 293.665;
>> FA= 349.228;
>> F1=DO;
>> F2=RE;
>> F3=FA;

>> Fs = 15000;
>> t = linspace(0,1,Fs);
>> x1 = sin(2*pi*F1*t);
>> x2 = sin(2*pi*F2*t);
>> x3 = sin(2*pi*F3*t);

>> subplot(3,1,1), plot(t,x1)
>> subplot(3,1,2), plot(t,x2)
>> subplot(3,1,3), plot(t(1:1000),x3(1:1000))
```

En la figura 1 se muestra el resultado de la representación temporal de las tres señales aisladamente, mientras que en la figura 2 se muestra la suma de las tres señales.

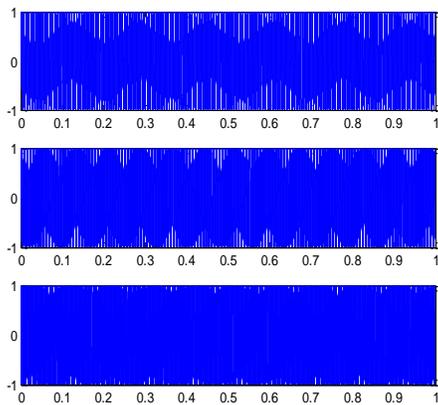


Figura 1. Notas musicales DO, RE y FA

Para representar las tres señales juntas, se realizó la suma de los tres vectores haciendo uso de la siguiente rutina en el Matlab, tal como lo muestra la figura 2.

```
>> x123 = x1 + x2 + x3;
>> figure(2), plot( t(1:7500) , x123(1:7500) )
```

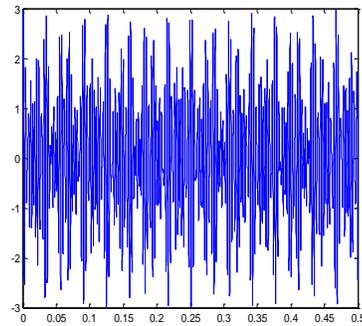


Figura 2. Suma de las tres notas musicales DO, RE y FA

Asimismo, Para representar las tres señales juntas, pero en el dominio de la frecuencia, se hace uso de la siguiente rutina en el Matlab, tal como lo muestra el resultado gráfico en la figura 3.

```
>> X123=fft(x123,10000);
>> F=linspace(-Fs/2,Fs/2,10000);
>> X123 =fftshift( abs( X123 ) );
>> plot( F , X123 )
```

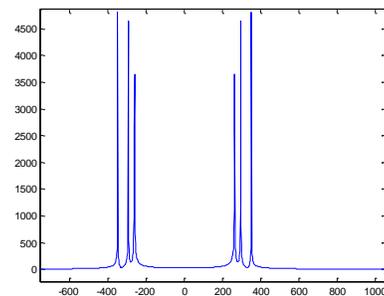


Figura 3. Espectro de frecuencia de la suma de los tres tonos musicales.

2.- DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN

Para el procedimiento de la modulación y demodulación en FM, se optó por utilizar la teoría básica que es mostrada a continuación en la siguiente ecuación:

$$S_{FM}(t) = A_p \cos \left(\omega_p t + k_f \int s_m(\alpha) d\alpha \right)$$

Donde:

- Ap: amplitud de la portadora.
- Sm(t): señal mensaje
- Wp: frecuencia de la portadora.

En este caso, Sm(t) está representada por:

$$S_m(t) = \cos \left(\pi F_{DO} t \right) + \cos \left(\pi F_{RE} t \right) + \cos \left(\pi F_{FA} t \right)$$

Por lo tanto, se procede a integrar la señal mensaje $S_m(t)$, de manera separada:

% Integrando las señales de los mensajes con ayuda del toolbox symbolic del Matlab.

```
>> syms t
>> s1 = cos(2*pi*DO*t);
>> s2 = cos(2*pi*RE*t);
>> s3 = cos(2*pi*FA*t);

>> int_s1 = int( s1 )
int_s1 =
(549755813888*sin((903713147515719*t)/549755
813888))/903713147515719

>> int_s2 = int( s2 )
int_s2 =
(1099511627776*sin((2028765653759211*t)/1099
511627776))/2028765653759211

>> int_s3 = int( s3 )
int_s3 =
(2199023255552*sin((4825238089190211*t)/2199
023255552))/4825238089190211
```

Se consideró una señal de portadora con amplitud igual a 5 voltios así como con una frecuencia fundamental de 5 KHz. Entonces, para el Matlab, se ingresa lo siguiente:

```
>> Fs = 15000;
>> Ap = 5 ;
>> fp = 5000;
>> wp = 2*pi*fp;
>> t = linspace(0,1,Fs);

>> % INT_Sm1 se igualó a lo obtenido en int_s1;
>> % INT_Sm2 se igualó a lo obtenido en int_s2;
>> % INT_Sm3 se igualó a lo obtenido en int_s3;

>> Kf = 10000;
>> xFM = Ap*cos(wp*t + Kf * (INT_Sm1 +
INT_Sm2 + INT_Sm3) );
>> plot( t , xFM )
>> axis( [ 0 0.08 -6 6 ] )
```

La representación temporal de la señal modulada en frecuencia, puede ser observada en el gráfico de la figura 4, mientras que el correspondiente al espectro de frecuencia, lo puede hacer en la figura 5.

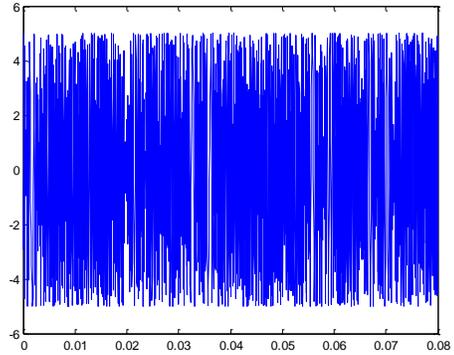


Figura 4. Representación de señal modulada en frecuencia. En forma temporal.

```
>> XFM = fft( xFM , 10000 );
>> F = linspace(-Fs/2,Fs/2,10000);
>> XFM = abs( XFM ) ;
>> XFM = fftshift( XFM ) ;
>> plot( F , XFM )
```

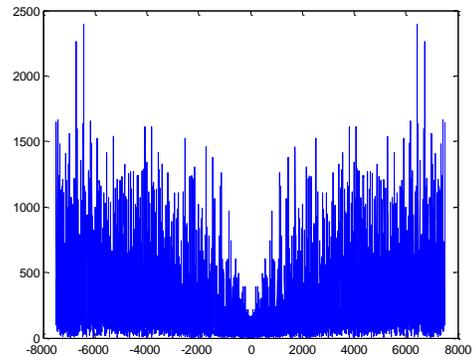


Figura 5. Representación de señal modulada en frecuencia. En forma Frecuencial.

Para la demodulación, se optó por utilizar un diferenciador ideal con la finalidad de posteriormente hacer uso de la teoría de demodulación AM, por detector de envolvente, que permita rápidamente completar la etapa de demodulación completa. Ver el siguiente diagrama de bloques presentado en la figura 6.

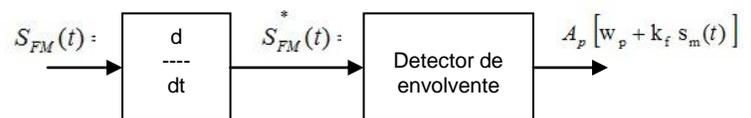


Figura 6. Diagrama de bloques de demodulación por diferenciador ideal.

Ver la ecuación mostrada a continuación que expresa la forma de demodulación en FM.

$$S_{FM}^*(t) = \frac{d}{dt} \left[A_p \cos \left(\psi_p t + k_f \int s_m(\alpha) d\alpha \right) \right]$$

$$S_{FM}^*(t) = A_p \left[\psi_p + k_f s_m(t) \right] \sin \left(\psi_p t + k_f \int s_m(\alpha) d\alpha \right)$$

%Derivando la señal xFM

```
xFM = 5*cos( 2*pi*5000*t + 1000 * ((-
1/522/pi)*cos(522*pi*t)+(-1/588/pi)*cos(588*pi*t)+(-
1/698/pi)*cos(698*pi*t)) );
```

```
>> syms t
>> xFM = 5*cos( 2*pi*5000*t + 1000 * (int_s1 +
int_s2 + int_s3 ) );
```

xFM =

```
5*cos((1099511627776000*sin((20287656537592
11*t)/1099511627776))/2028765653759211 +
(549755813888000*sin((903713147515719*t)/549
755813888))/903713147515719 +
(2199023255552000*sin((4825238089190211*t)/2
199023255552))/4825238089190211 +
10000*pi*t)
```

```
>> dxFM = diff( xFM )
```

dxFM =

```
(-
5)*sin((1099511627776000*sin((20287656537592
11*t)/1099511627776))/2028765653759211 +
(549755813888000*sin((903713147515719*t)/549
755813888))/903713147515719 +
(2199023255552000*sin((4825238089190211*t)/2
199023255552))/4825238089190211 +
10000*pi*t)*(10000*pi +
1000*cos((2028765653759211*t)/1099511627776
) +
1000*cos((903713147515719*t)/549755813888) +
1000*cos((4825238089190211*t)/2199023255552
))
```

Posteriormente, se procede a graficar la señal derivada antes de aplicar la detección de envolvente para completar la demodulación.

%Graficando la dxFM

```
>> t = linspace( 0 , 1 , Fs );
>> dxFM = (-5)*sin( ( 1099511627776000 * sin(
(2028765653759211*t)/1099511627776 ) ./
2028765653759211 +
(549755813888000*sin((903713147515719*t)/.54
9755813888))/903713147515719 +
(2199023255552000*sin((4825238089190211*t)/
```

```
2199023255552))/4825238089190211 +
10000*pi*t).*(10000*pi +
1000*cos((2028765653759211*t)/1099511627776
) +
1000*cos((903713147515719*t)/549755813888) +
1000*cos((4825238089190211*t)/2199023255552
```

Finalmente, se realizó la detección de envolvente haciendo uso de un filtro pasabajo para cancelar las altas frecuencias. El filtro utilizado fue de orden 4 y del tipo butterworth con la finalidad de contar con una buena respuesta de frecuencia. La frecuencia de corte utilizada fue igual a 1KHz considerando el paso de las tres frecuencias correspondientes a la señal original conformada por los tres tonos musicales.

A continuación, se muestra la figura correspondiente al filtro pasabajo utilizado, haciendo uso del Matlab. Ver la figura 7.

```
>> Fs = 15000;
>> Fc = 1000;
>> [ B , A ] = butter( 4 , Fc / (Fs/2) );
>> freqz( B , A , 1024 , 'whole' , Fs )
```

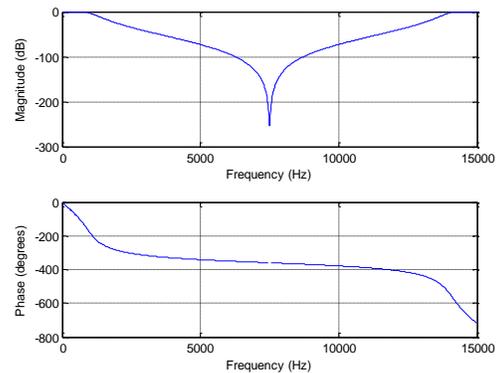


Figura 7. Representación del filtro pasabajo utilizado.

Finalmente, se procede a filtrar la señal FM diferenciada, con la finalidad de dejar pasar solamente la señal mensaje conformada por los tres tonos musicales. Esto puede ser observado en la figura 8.

```
>> xd123 = filter( B , A ,dxFM );
>> t = linspace( 0 , 1 , length(xd123) );
>> plot( t , xd123 )
>> axis( [ 0 0.08 -60 60 ] )
```

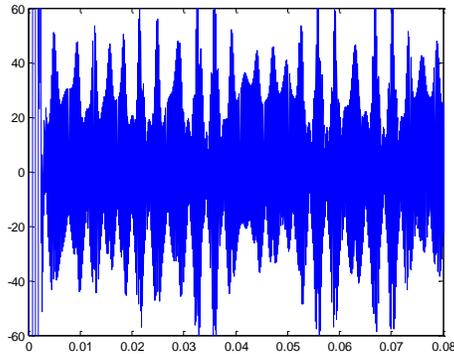


Figura 8. Representación de señal demodulada en frecuencia. En forma temporal.

3.- RESULTADOS

- Con los resultados obtenidos se hizo la comprobación de la técnica de modulación y demodulación, de forma gráfica y audible, utilizando los comandos del Matlab.

```
>> %señal original
>> Fs = 15000;
>> sound( x123 , Fs )
```

```
>> %señal demodulada
>> Fs = 15000;
>> sound( xd123 , Fs )
```

- Aunque los resultados no fueron totalmente iguales, después de la operación de demodulación, por lo menos sirvió para comprobar la teoría impartida en clase acerca de una de las formas de demodular en FM, sin hacer uso del toolbox communications del propio Matlab.

4.- CONCLUSIONES:

- Se utilizaron 3 señales periódicas en forma simultánea, con la finalidad de ser modulada en FM y posteriormente demodulada utilizando la teoría de la demodulación por amplitud de detección de envolvente.
- Es importante la elección de la frecuencia de muestreo para la representación de las señales desde el punto de vista digital.
- Se presentaron los gráficos bajo el entorno del Matlab, con la finalidad de visualizar las señales en el tiempo y frecuencia.

- Para obtener mejores resultados, habrá que optar por otra técnica de demodulación que logre recuperar completamente la señal original.

5.- BIBLIOGRAFÍA:

- LEON W. COUCH II Sistemas de Comunicación Digitales y Analógicos Séptima Edición. Editorial Prentice Hall. México 2008.
- B.P. LATHI. Sistemas de Comunicación. Editorial Interamericana. España.
- ALAN OPPENHEIM, ALAN WILLSKY & HAMID NAWAB. Señales y Sistemas. Segunda Edición. Editorial Prentice Hall